Листок 7, 6 апреля 2026 г.

Задача 1. Найдите эйлерову характеристику сферы S^2, тора T^2, ленты Мебиуса и бутылки Клейна.

Задача 2. Пусть X, Y – поверхности, и пусть $f\colon X \to Y$ – накрытие. Как связаны эйлеровы характеристики $\chi(X)$ и $\chi(Y)$?

Задача 3. Пусть X, Y – поверхности с g_1 и g_2 ручками, соответственно, и пусть $f\colon X \to Y$ – накрытие. Как связаны g_1 и g_2 ?

Задача 4. Пусть X, Y – поверхности, и пусть $f\colon X \to Y$ – накрытие. Предположим, что Y ориентируема. Докажите, что X ориентируема. Верно ли, что если X ориентируема, то Y ориентируема?

Задача 5. Постройте универсальные накрытия:

1. n-мерного тора,
2. $\mathbb{R}P^2$,
3. ленты Мебиуса,
4. цилиндра,
5. букета двух окружностей,
6. букета окружности и двумерной сферы,
7. сферы с g ручками,
8. всех неориентируемых поверхностей.

Задача 6. Сформулируйте и докажите универсальное свойство универсального накрытия.

Задача 7. Можно ли накрыть $\mathbb{R}P^2$ плоскостью?

Задача 8. Постройте нерегулярное накрытие букета двух окружностей.

Задача 9. Постройте два регулярных накрытия букета двух окружностей так что они не будут гомотопически эквивалентны друг другу.